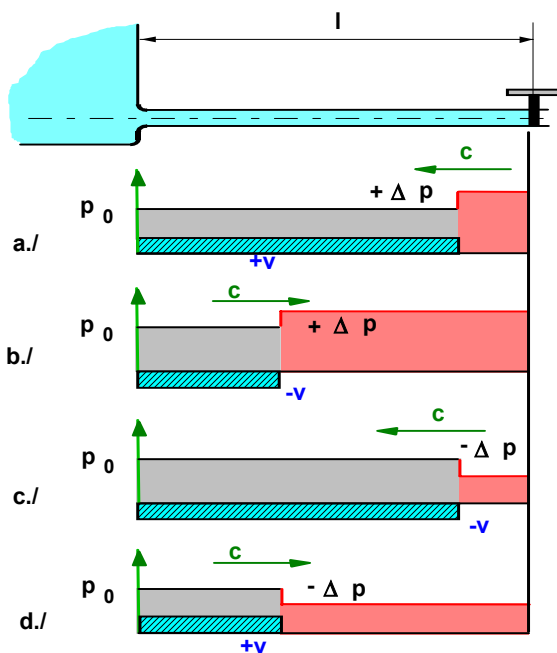


7. CSŐVEZETÉKEKBEN FELLÉPŐ TRANZIENS JELENSÉGEK

Nagy teljesítményű vízerőművek és szivattyútelepek hosszú nyomócsövében, vízvezeték rendszerben nyitások és zárások, ha nem kellően lassan végzik, akkor gyors nyomásváltozásokat okozhatnak a csővezetékben. Szélsőséges esetekben a tranzies jelenségek a vezeték épségét is veszélyeztethetik. Egy szivattyútelepen, áramkimaradás miatti szivattyú-leállás következtében olyan károk keletkezhetnek, ha rosszul tervezték, vagy rosszul üzemeltetik az automatikus vagy vezérelt csőzáró szerelvényeket, hogy a csőtörés is bekövetkezhet. Az ilyen esetekben lejátszódó lengések számítási és grafikus módszerekkel nyomon követhetők. Az alap-elméletet *Allievi olasz tudós* dolgozta ki. Az elmélet néhány alapvető gondolatával ismerkedünk meg a következőkben.



7.1. ábra Hirtelen zárás lengéseinek fázisai

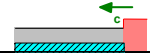
A 1.2.3.2. fejezetben egy tartályból kiinduló, viszonylag hosszú csövön keresztül kiáramló folyadék sebességének és gyorsulásának időbeli lefutását vizsgáltuk a cső végén lévő csap hirtelen kinyitásakor. A mostani példánkban azt elemezzük, hogy mi történik abban az esetben, ha hirtelen lezárjuk a folyadék útját a cső végén lévő csappal. Ha az elzárás valóban végtelen rövid idő alatt történne, és sem a csőfalnak, sem a folyadéknak nem volna rugalmassága, akkor elvileg végtelen nagy nyomás keletkezne az elzárás helyén. Ez nem lehetséges, így a jelen példában **nem hanyagolhatjuk el a víz összenyomhatóságát és a csőfal rugalmasságát.**

7.1. A HIRTELEN ZÁRÁSKOR FELLÉPŐ NYOMÁSLENGÉSEK

A hirtelen záráskor egy nyomásnövekedési hullám indul el a zárás helyétől "c" sebességgel. A nyomásnövekedés nagysága és haladási sebessége a cső anyagától, geometriai méretétől és az áramló folyadék sebességétől és anyagától függ.

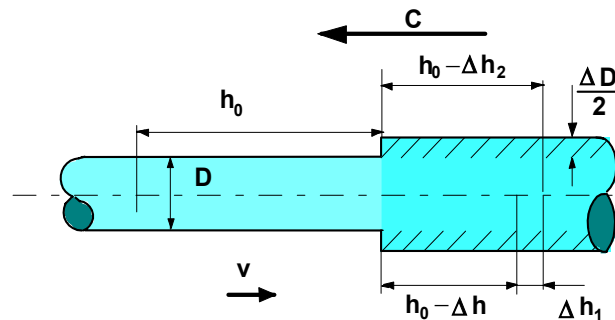
A lezárás helyétől kiindulva egyre több folyadékreszecske megáll, és a cső fala kitágul, valamint a folyadék összenyomódik. A víz eddigi mozgási energiája felhalmozódik egy potenciális energia formájában (ld. 7.1/a ábra.).

A következő fázisban a végtelen nagynak tekinthető tartályról a hullám ellenfázisban visszaverődik. A felfűvódott csőfalban és a folyadékban felhalmozott energia a vizet igyekszik visszalökni a tartályba (ld. 7.1/b ábra.).



A fázis végén az egész csőben a folyadék "v" sebességgel a tartályba áramlik.

A harmadik fázisban a lezárás helyén ismét megállnak a folyadékrezecskék és egy depresszió hullám indul el a lezárt végről. A kifelé áramló folyadékdgúó megszívja a csövet (ld. 7.1/c ábra.).



7.2. ábra A nyomáshullám terjedési frontja

A negyedik fázisban a depresszió alatt lévő cső magába szívja a folyadékot a tartályból, (ld. 7.1/d ábra.), majd a folyamat elindul az első fázistól. A folyadékban lévő belső súrlódás a jelenséget csillapítja, anélkül a folyamat nem állna le.

Vizsgáljuk meg részletesebben az első fázisból a hullámfront környékét (ld. 7.2. ábra.).

Az 7.2. ábra. bal oldalán a még zavartalanul "v" sebességgel áramlik a víz, a jobb oldalon a víz sebessége hirtelen zérusra esik vissza, a nyomás megnövekszik "Δp" értékkel. A víz kissé összenyomódik, és a csőfal kitágul.

7.2. A VÍZOSZLOP RÖVIDÜLÉSE

A zavartalan áramlásban válasszunk ki egy "h₀" hosszúságú vízoszlopot. A nagyobb nyomású helyen a cső tágulása miatt, és az összenyomódás miatt a vízoszlop csak egy "h₀ - Δh" hosszat foglal el. Tételizzük fel, hogy a folyadék összenyomódás miatti "Δh₁" és a csőfal kitágulása miatti "Δh₂" rövidülések egymástól függetlenül kiszámíthatók. A szilárdságtanból jól ismert $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$ Hooke-törvény felhasználásával a víz összenyomódását nagyon egyszerűen adhatjuk meg:

$$\frac{\Delta h_1}{h_0} = \frac{\Delta p}{E_v}$$

A rugalmas csőfal tágulása miatti vízoszlop rövidülés legyen "Δh₂". Így a rövidülés miatti térfogat a megnövekedett gyűrűkeresztmetszetben foglal helyet, vagyis

$$\frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot \Delta h_2 = \frac{(D + \Delta D)^2 - D^2}{4} \pi (h_0 - \Delta h_2). \text{ Beszorozva a jobb oldalon és egyszerűsítve}$$

$$(D + \Delta D)^2 \cdot \Delta h_2 = 2 \cdot \Delta D \cdot \left(D + \frac{\Delta D}{2} \right) \cdot h_0$$

A zárójelkben a "D" mellett elhanyagolható a "ΔD", így a csőtágulás miatti folyadékoszlop relatív rövidülése

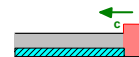
$$\frac{\Delta h_2}{h_0} = 2 \cdot \frac{\Delta D}{D} \quad 7.1$$

A csőfalban ébredő feszültséget a 7.3. ábra alapján adhatjuk meg. A cső egy "s" szélességű darabját vizsgáljuk. A csövet hossz tengelye mentén elvágva felírhatjuk az erőegyensúlyt:

$$F_p = 2 \cdot F_\sigma$$

A nyomásból származó erőt és a feszültségből származó erőket felírva:

$$\Delta p \cdot D \cdot s = 2 \cdot \Delta \sigma_t \cdot \delta \cdot s$$



Amiből a csőfalban ébredő többletfeszültség:

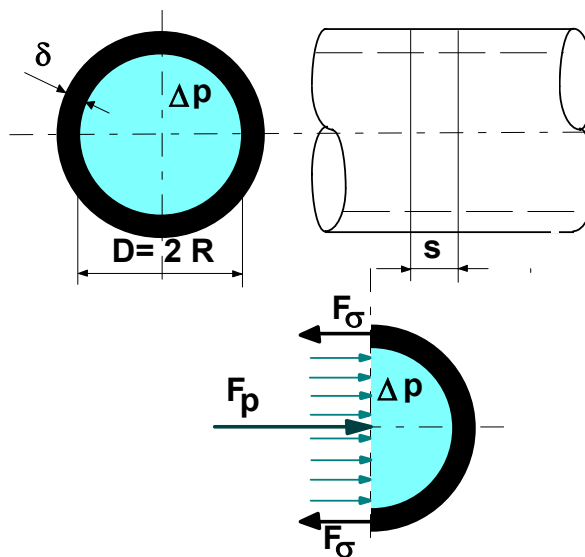
$$\Delta\sigma_t = \frac{\Delta p \cdot D}{2 \cdot \delta} \quad 7.2$$

(A kapott kifejezés vékony falú csövekre érvényes és kazánformulának nevezik.)

Igy a csőfal és a vele arányos átmérő fajlagos megnyúlása, megint csak a Hooke-törvényt alkalmazva megadható:

$$\frac{\Delta D}{D} = \frac{\Delta\sigma_t}{E_{cs}} = \frac{\Delta p \cdot D}{2 \cdot \delta \cdot E_{cs}} \quad 7.3$$

Ezt behelyettesítve a 7.1 egyenletbe, megkapjuk a csőfal tágulása miatti relatív rövidülést



7.3. ábra Csőfalban ébredő feszültség

$$\frac{\Delta h_2}{h_0} = \frac{\Delta p}{\frac{\delta}{D} \cdot E_{cs}} \quad 7.4$$

A vízoszlop fajlagos rövidülése, a víz összenyomódása és a csőfal tágulásának összege:

Néhány anyag rugalmassági modulusza:

7.1. táblázat Néhány anyag rugalmassági modulusza

Víz	$2.1 \cdot 10^9$ Pa
Acél	$2 \cdot 10^{11}$ Pa
Öntöttvas	$1 \cdot 10^{11}$ Pa

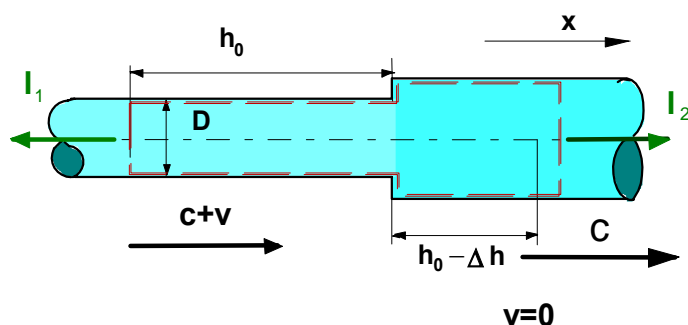
$$\frac{\Delta h}{h_0} = \frac{\Delta h_1 + \Delta h_2}{h_0} = \frac{\Delta p}{E_v} + \frac{\Delta p}{\frac{\delta}{D} \cdot E_{cs}} = \frac{\Delta p}{E_r} \quad 7.5$$

Az " E_r ", az úgynevezett "redukált" rugalmassági modulus, melynek értéke a fenti egyenletből:

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_v} + \frac{1}{\frac{\delta}{D} \cdot E_{cs}} \quad 7.6$$



7.3. A NYOMÁSNÖVEKEDÉS KISZÁMÍTÁSA



7.4. ábra Az impulzustétel alkalmazása

A 7.1/a ábrán a nyomáshullám "c" sebességgel terjed jobbról balra. Ha együtt mozgunk a hullámmal, akkor a 7.4. ábrának megfelelően felvehetünk egy ellenőrző felületet, amin a jelenséget vizsgálva stacioner áramlást látunk.

Írjuk fel a kontinuitás tételét az ellenőrző felület bal és jobb oldali keresztmetszetére. Alkalmazzuk a 7.2. ábra méreteit.

A baloldali keresztmetszeten "c+v" sebességgel, "D" átmérőn "ρ" sűrűséggel érkezik a víz. A jobb oldali keresztmetszeten pedig "c" sebességgel "D + ΔD" átmérőn és "ρ + Δρ" sűrűséggel távozik.

$$(c+v) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot \rho = c \cdot \frac{(D+\Delta D)^2 \cdot \pi}{4} \cdot (\rho + \Delta \rho) \quad 7.7$$

Az impulzustételt alkalmazva a 7.4. ábrába berajzolt ellenőrző felületre, amely közvetlenül a csőfal mellett halad.

$$\begin{aligned} & -(c+v) \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot \rho \cdot (c+v) + c \cdot \frac{(D+\Delta D)^2 \cdot \pi}{4} \cdot (\rho + \Delta \rho) \cdot c = \\ & = \frac{((D+\Delta D)^2 - D^2) \cdot \pi}{4} \cdot \Delta p - \frac{(D+\Delta D)^2 \cdot \pi}{4} \cdot \Delta p \end{aligned}$$

A nyomásból származó erők felírásakor csak a p_0 -hoz képesti túlnyomásból származó erőket vettük figyelembe. Ez nagyon sok feladat megoldásánál igen hasznosnak bizonyul.

A jobb oldal első tagja a megnövekedett gyűrűfelületen ébredő nyomóerő.

A bal oldal második tagjába helyettesítsük a tömegáramot a kontinuitásból, valamint a jobb oldalon végezzük el a műveleteket és egyszerűsítsünk, így

$$-(c+v) \cdot D^2 \cdot \rho \cdot (c+v) + (c+v) \cdot D^2 \cdot \rho \cdot c = -D^2 \cdot \Delta p$$

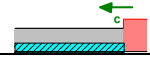
Végigosztva az átmérő négyzetével és kifejezve a nyomásnövekedést, a következőt kapjuk:

$$\Delta p = \rho \cdot (c+v) \cdot v \quad 7.8$$

A folyadék áramlási sebessége több nagyságrenddel kisebb mint "c", a hullám terjedési sebessége, ezért a nyomásnövekedésre a

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot v \quad 7.9$$

kifejezést szokták alkalmazni.



7.4. A HULLÁM TERJEDÉS SEBESSÉGE

A 7.4. ábrán lévő ellenőrző felületbe " Δt " idő alatt " $c+v$ " sebességgel " h_0 " hosszúságú folyadékoszlop lép be. Ugyanezen " Δt " idő alatt " c " sebességgel csak " $h_0 - \Delta h$ " hosszúságú folyadékoszlop lép ki. Felírva a " Δt " időt mindkét oldalra kapjuk, hogy

$$\frac{h_0}{c+v} = \frac{h_0 - \Delta h}{c}$$

Fejezzük ki $\frac{\Delta h}{h_0}$ értékét a fenti egyenletből

$$\frac{c}{c+v} = \frac{h_0 - \Delta h}{h_0} \qquad \frac{c+v}{c+v} - \frac{v}{c+v} = \frac{h_0}{h_0} - \frac{\Delta h}{h_0}$$

$$\frac{\Delta h}{h_0} = \frac{v}{c+v} \qquad 7.10$$

Hasonlítsuk össze a kapott kifejezést a 7.5 egyenlettel

$$\frac{\Delta h}{h_0} = \frac{\Delta p}{E_r}$$

A " Δp " helyére írjuk a 7.8 kifejezést ekkor a következőt kapjuk:

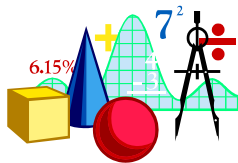
$$\frac{v}{c+v} = \frac{\rho \cdot (c+v) \cdot v}{E_r}$$

amelyből kifejezve a sebesség "+" hullámsebesség értékét

$$c+v = \sqrt{\frac{E_r}{\rho}} \qquad 7.11$$

A hullámsebesség mellett általában elhanyagolható az áramlási sebesség, így a szokásos felírása a hullámterjedés sebességének

$$c = \sqrt{\frac{E_r}{\rho_{\text{víz}}}} \qquad 7.12$$



Egy vízvezetékrendszerben $\ell = 200$ m hosszú egyenes szakasz végén egy gyors zárásra alkalmas tolózárát építettek be. Mekkora nyomásnövekedés jön létre az öntöttvasból készült vezetékben hirtelen zárás-kor. A vezeték átmérője $D = 250$ mm, falvastagsága $\delta = 10$ mm. A víz áramlási sebessége $v = 1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

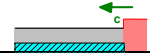
Megoldás:

Elsőként számítsuk ki a redukált rugalmassági moduluszt a 7.6 egyenletből, az adatokat a 7.1 táblázatból vettük:

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_v} + \frac{1}{\frac{\delta}{D} \cdot E_{cs}} = \frac{1}{2.1 \cdot 10^9} + \frac{1}{\frac{10}{250} \cdot 10^{11}} = 7.26 \cdot 10^{-10} \left[\frac{1}{\text{Pa}} \right]$$

$$E_r = 1.377 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

Látható, hogy az eredő rugalmassági modulus mind a cső, mind a víz rugalmassági modulusánál ki-



sebb. A 7.12 egyenletből a hullámsebesség

$$c = \sqrt{\frac{E_r}{\rho_{\text{víz}}}} = \sqrt{\frac{1.377 \cdot 10^9}{10^3}} = 1173 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

és végül a nyomásnövekedés 7.9 egyenlet szerint

$$\Delta p = \rho \cdot c \cdot v = 10^3 \cdot 1173 \cdot 1.8 = 21.1 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 21.1 \text{ bar}$$

A hirtelen záráskor fellépő nyomásnövekedés jelentős, hisz a vízvezeték rendszerben lévő kb. 10 bar alapnyomáshoz képest annak majdnem a duplája adódik még hozzá az alapnyomáshoz.

Hirtelen zárásnak minősül a zárás, ha annak helyétől kiinduló hullám visszaérkezése előtt lezárjuk teljesen a szerelvényt. Jelen esetben a hullám oda és visszaverődése, amit főidőnek is nevezünk:

$$t_f = \frac{2 \cdot \ell}{c} = \frac{2 \cdot 200}{1173} = 0.341 \text{ s.}$$

Ha a tolózárát ennél az időnél rövidebb idő alatt zárjuk le, akkor hirtelen zárásnak minősül, ennél lassúbb zárásnál pedig nem. A lassúbb záráskor a nyomásnövekedés mértéke kisebb a fent kiszámított-nál.

A normál tolózárakat perces nagyságrendű idő alatt lehet csak lezárni. Viszont pl. a golyóscsapokkal a háztartási vízvezetékrendszerben könnyen elő lehet állítani hirtelen zárast és nyitást. Hirtelen nyitás-kor hasonló jelenség játszódik le a rendszerben, mint záráskor.

A hirtelen zárás és nyitás az emberi érrendszerben minden szívdobbanáskor bekövetkezik. A szívből lüktetésszerűen kiáramló vér hoz létre hasonló lökéshullámokat. Az érfal rugalmassági modulusa több nagyságrenddel kisebb mint a vízé, vagy vére. Így az eredő rugalmassági modulus, és ezen keresztül a hullámsebesség és a nyomásnövekedés is sokkal kisebb, mint az előző példában. A hullámsebességet mindenki saját magán is megmérheti, például a nyaki és a bokán lévő verőereken a pulzust egyszerre kitapintva, a bokán kb. 0.1-0.2 s-al később érzékeljük a dobbanást. Ebből következtetni lehet, hogy az érrendszerben $10 \div 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a hullám terjedési sebessége.

A nyomáshullám időbeli lefolyása

A hirtelen zárás hatására a súrlódásmentes folyadékban létrejövő nyomáslengés időben periodikus és egy perióduson belül 4 ütem játszódik le, miközben a nyomáshullám kétszer oda-vissza bejárja a csővezetékét. Ennek a felét főidőnek nevezzük, (t_f). A belső súrlódással a valóságos folyadékban a nyomáshullám amplitúdóját fokozatosan felemésztí és a gerjesztett nyomáshullám néhány periódus után lecseng.

7.5. NYOMÁSLENGÉSEK SZIVATTYÚVAL MŰKÖDŐ RENDSZERBEN

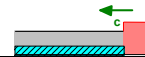
Hirtelen nyitáskor depresszióhullám indul el. Nyomáshullám keletkezik akkor is ha a teljes zárás, vagy teljes nyitás helyett Δv sebességváltozásra kényszerítjük a folyadékot. Igazolható, hogy a Δv sebességváltozás hatására keletkező nyomáshullám amplitúdójának abszolút értéke arányos a sebességváltozás abszolútértékével. És a 7.9 egyenlethez hasonlóan Δv sebességváltozást akkor tekintünk pozitívnak, ha a sebességváltozás $\Delta \underline{v}$ vektora az eredeti csőáramlás \underline{v} sebességvektorának irányába mutat. Ekkor a tartály felé haladó nyomáshullám

$$\Delta p = -\rho \cdot v \cdot \Delta v$$

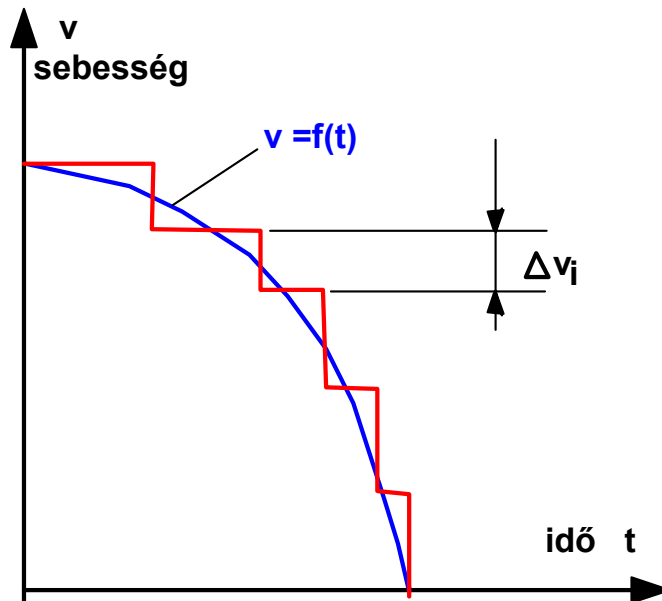
a tolózár felé haladóé:

$$\Delta p = \rho \cdot v \cdot \Delta v$$

Közelíthetjük a sebességváltozás függvényt lépcsős görbével, amelynek egy lépése Δv_i (ld. 7.5. ábra).



Mindegyik lépés egy-egy nyomáshullámot indít el a Huygens-elvnek megfelelően. (Minden elemi hullámfront újabb hullámok kiindulópontja.)



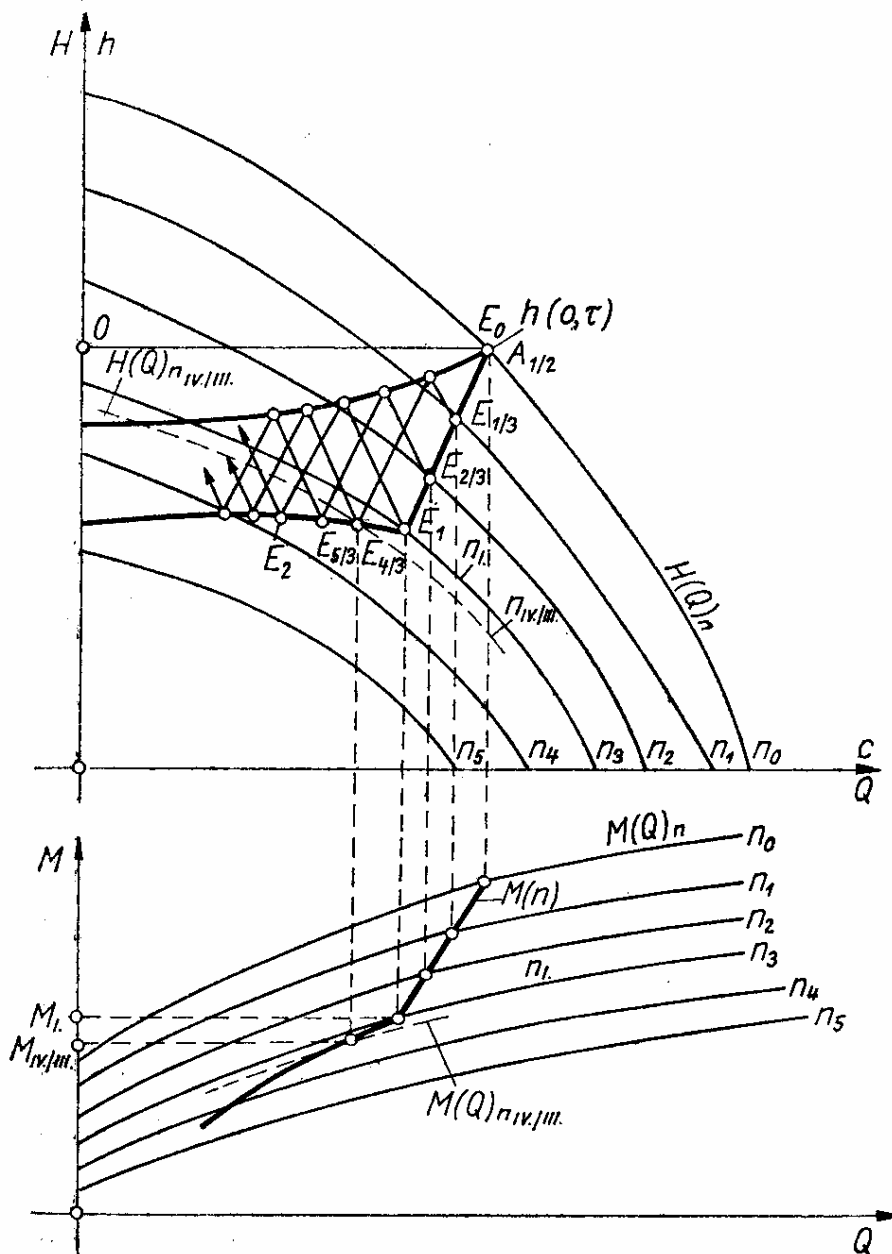
7.5. ábra Zárási függvény diszkrétizálása.

Belátható, hogy ezek a nyomáshullámok egymástól függetlenül számolhatók és szuperponálhatók. Ez abban az esetben áll fenn, ha a hullámterjedés sebessége függetlennek tekinthető az áramlás sebességétől. Vagyis nem kell azzal számolni, hogy az áramlás irányában gyorsabban terjed a hullám, mint az áramlással szemben, ami akkor teljesül, ha sokkal kisebb az áramlási sebesség a hullámterjedés sebességénél és a közeg összenyomhatatlan. Mindkét feltétel víz áramlása esetén igen jó közelítés.

A teljes zárás idejét t_z -vel jelöltük. A kialakuló maximális nyomás szempontjából fontos, hogy a zárási idő rövidebb, vagy hosszabb, mint a főidő.

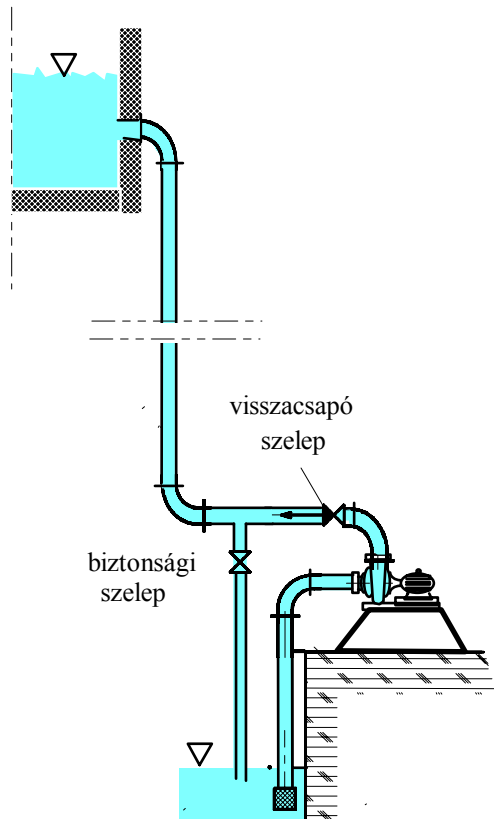
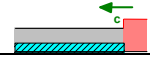
Ha a $t_z < t_f$, akkor a zárás befejeződik, amire az első sebességsökkenéskor keletkezett hullám depresszióhullámként visszaérkezik a tolózárhoz. Ebben az esetben a zárás végtelen gyorsnak minősül. Ha $t_z > t_f$, vagyis a keletkező depresszióhullám visszaérkezik a tolózárhoz a zárás előtt, akkor a visszaérkező hullám csökkenti a kialakuló nyomáscsúcsot. Minél hosszabb a zárás ideje, annál jobban csökken a nyomásnövekedés mértéke. Mennél hosszabb a zárásidő, annál több depresszióhullám érkezik vissza és annál kisebb a maximális nyomás.

Tételezzük fel, egy szivattyútelep elektromos áramkimaradás miatt a védelem megszünteti az áramkört. A hajtómotor a továbbiakban nem kap áramot. A szivattyú és a motor összekapcsolt forgórésze lassulni kezd. A fordulatszám csökkenése miatt csökken a szállítómagasság és a folyadékcszállítás. Ez utóbbi következtében csökken az áramlási sebesség a nyomóvezetékben. Hosszú nyomóvezetékben ez a sebességváltozás komoly nyomáslengést okozhat. Többféle szerkesztő- és számítóeljárást ismertettek, amelyek a szivattyú leállásakor kialakuló nyomáslengések meghatározására képesek. A kialakuló nyomáslengés függ a szivattyúhoz csatlakozó nyomóvezeték áramlástanai jellemzőitől, természetesen a szivattyú jelleggörbéjétől, valamint a szivattyú és a hajtómotor tehetetlenségi nyomatékától, amely meghatározza a szivattyú lassulását. A szivattyú kivitési görbéjének szerkesztésével meglehetősen határozni a leálláskor kialakuló nyomáscsúcsokat. A nyomások ismeretében mind a szivattyút, mind a csővezeték ellenőrizni lehet, hogy szilárdsági szempontból megfelelő-e a tervezés, vagy a már kivitelezett berendezés. Részletek elemzése nélkül megmutatunk egy szerkesztőeljárás eredményeként a [Varga J. 1974]-ben kapott kivitési diagramot. Az ábrában látható E_0 - E_1 egyenes mentén csökken a szivattyú fordulatszáma az első főidőn belül $t < t_f$, tehát ameddig a szivattyútól elindult lökéshullám végigterjed a nyomócsőn és visszaverődik a cső végéről és visszaér a szivattyúhoz. A további lassulás már erősen függ a nyomócső végén megszabott feltételektől, pl. a nyomás állandó, vagy valamilyen függvény szerint változik stb.

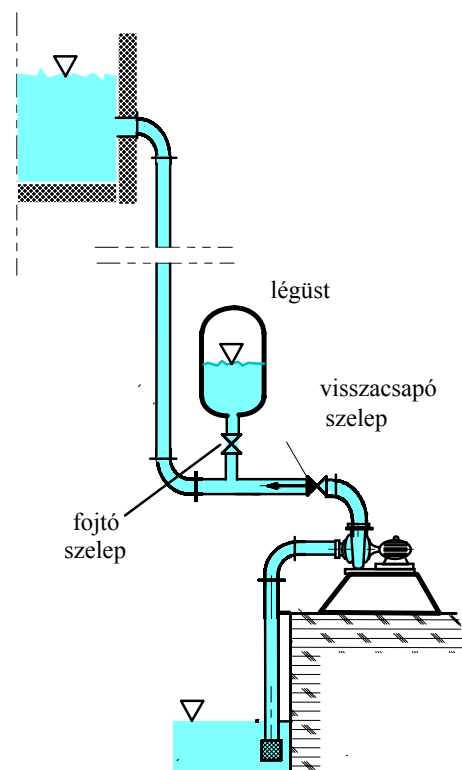


7.6. Szivattyú kifutásának szerkesztése

A maximális nyomás ismeretében szilárdsági számítással ellenőrizni tudjuk, hogy a nyomáshullám nem okoz-e csőtörést. A depresszióhullám is okozhat csőtörést. Ha ugyanis a csővezeték valamelyik pontjában a nyomás a csővezetéken végigfutó depresszióhullám következtében a telített gőz nyomása alá csökken, akkor ott a folyadékoszlop kettészakad. A két rész közötti teret a folyadék telített gőze tölti ki. A következő kompresszióhullám érkezésekor a két folyadékoszlop igen nagy sebességgel összecsapódik és fellépő nagy dinamikus erőhatások következtében a cső a legtöbb esetben eltörik. Nagyméretű csővezetékek a külső túlnyomással szemben sokkal kevésbé ellenállóak, mint a belsővel. Ezekben sokszor már a depresszióhullám okozta belső vákuum hatására összeroppan a cső. A depresszióhullám okozta csőtörés ott lép fel, ahol a csővezeték kezdetben meredeken emelkedik, majd közel vízszintesen vagy kis eséssel halad tovább. Hasonló elven a csővezeték más pontjaiban is megszerkeszthető nyomás időbeli lefolyása és a legnagyobb és legkisebb nyomás meghatározható



7.7. ábra Nyomáslengés csökkentése megkerülő vezetékkel

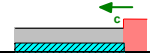


7.8. ábra Nyomáslengés csökkentése légüsttel

Igen sokszor csak a megépített berendezés üzembe helyezésekor derül ki, hogy veszélyes amplitúdójú nyomáslengés lép fel. Ilyenkor az alábbi eszközök állnak rendelkezésünkre az amplitúdó csökkentésére:

- Lendítőkereket szerelünk a motor vagy a szivattyú tengelyére és ezáltal megnöveljük a forgórész tehetetlenségét. Így kisebb lesz a forgórész lassulása. Hátránya e megoldásnak, hogy a gépcsoport indításakor a villamos hálózatot erősen túlterheli.
- Biztonsági szelepet építünk be a nyomócsőbe beépített visszacsapó szelep utáni, az alvívbe visszavezető megkerülő-vezetékbe. A nyomáslengés kezdetekor a biztonsági szelep kinyit, a folyadék a szivattyúból az alvív felé áramlik. A visszaérkező kompresszióhullám is az alvívbe terjed. A nyomóvezetékben visszaáramlás indul meg. A szelep meghatározott idő múlva bezár olyan lassan, hogy ne keletkezzék veszélyes nyomáshullám. Ez a megoldás a depresszióhullám okozta csőtörés ellen nem nyújt védelmet, sőt növelve a nyomóvezetékben a sebességlassulást a depresszióhullám amplitúdóját növeli.
- A depresszióhullám okozta csőtörés ellen a nyomóvezeték legmagasabb pontjában felszerelt légbeszívó szeleppel védekezhetünk.
- Gyakran és eredményesen alkalmazott mód a nyomáslengés amplitúdójának csökkentésére a visszacsapó szelep után bekötött légüst. A légüst könnyen okozhat szekunder lengéseket. Ennek elkerülésére a légüst és a nyomóvezeték közé fojtószelepet szokás iktatni. A légüst ellenőrzést, kezelést és segédberendezéseket igényel, ezért alkalmazása csak szivattyútelepen ajánlatos. Kisnyomású csővezetékben a légüst helyett kiegyenlítő medencét is alkalmazhatunk.

Egyszerű berendezések esetében a nyomáslengések kiszámítására a szerkesztő eljárás kellően pontos, és a sűrűség elhanyagolása nem okoz nagy hibát az eredményekben. A szerkesztő eljárások általában nem vették figyelembe a csőben kialakuló sűrűdési veszteségeket. A szerkesztési eljárásban a veszteségeket csupán a peremfeltételeken keresztül tudták közelítően figyelembe venni. A veszteségek pon-



tos számításba vételére a szerkesztési eljárás nem alkalmas.

Erre vonatkozóan számítási eljárásokat dolgoztak ki, amelyek differenciálegyenletek numerikus megoldásán alapulnak.

A mozgásegyenlet a veszteségek figyelembevételével az első egyenlet, a folytonosság tétele pedig a második egyenlet.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot v \cdot |v| = 0 \quad 7.13$$

$$\frac{1}{c^2} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad 7.14$$

- ahol
- (x) a csőtengely menti koordináta;
 - (t) az idő koordináta;
 - (v) a sebesség ;
 - (p) a nyomás;
 - (ρ) a sűrűség ;
 - (λ) a csősúrlódási veszteség és
 - (c) pedig a hullámterjedés sebessége a folyadékban.

A mozgásegyenletben szereplő $\frac{\lambda}{2 \cdot d} \cdot v \cdot |v|$ -tag veszi számításba a csősúrlódás hatását, az abszolútérték a csősúrlódás irányát hivatott figyelembe venni.

Az eljárás csak számítógép alkalmazásával, megfelelő kód alkalmazásával oldható meg. Ez különösen akkor igaz, ha nem egyetlen egy csővezeték áll a rendszer, hanem bonyolult elágazó csőhálózat csatlakozik a szivattyúhoz. A Budapesti Műszaki Egyetem Vízgépek Tanszéke dolgozott ki egy ilyen számítógépes programcsomagot. Manapság több hasonló csőhálózat számító szoftvercsomag közül lehet választani, amelyek alkalmasak tranziens jelenségek számítására.